Test *Ruch i siły* Grupa A

Pełne odpowiedzi

Uwaga. W zadaniach przyjęto $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	D	C	D	B	A	A

Zadania zamknięte

1. Traktor porusza się ze stałą prędkością i ciągnie przyczepę siłą F = 10 kN. Ciężar przyczepy jest równy P = 100 kN. Wypadkowa wszystkich sił działających na przyczepę wynosi:

Odpowiedź: B. zero.

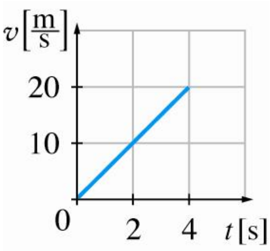
Ponieważ traktor porusza się ze stałą prędkością, to zgodnie z I zasadą dynamiki wypadkowa sił wynosi zero.

2. Gdyby na Księżycu, czyli w próżni, rzucono piłkę pod pewnym kątem do poziomu, podczas jej lotu aż do chwili upadku działałaby na nią:

Odpowiedź: C. siła ciężkości.

W próżni nie ma sił oporu, czyli nie występuje tarcie. Jedyną siłą działającą w ciągu całego ruchu na ciało jest siła ciężkości.

3. Wykres przedstawia zależność prędkości kuli od czasu. Wartość siły działającej na kulę o masie 2 kg w drugiej sekundzie ruchu wynosi:



Odpowiedź: D. 10 N.

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki wypadkową siłę działającą na ciało zapisujemy $F = ma$, gdzie m to masa ciała, a a to przyspieszenie.

W zadaniu mamy kulę o m = 2 kg poruszającą się ruchem jednostajnie zmiennym, co widać z wykresu $v(t)$.

Po t = 2 s od rozpoczęcia ruchu ($v_0 = 0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$), zgodnie z wykresem kula ma prędkość

$v_k = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Przyspieszenie w ruchu jednostajnie przyspieszony wyznaczamy ze wzoru: $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v_k - v_0}{t}$.

Stąd siła $F = ma = m\frac{v_k - v_0}{t} = 2\text{ kg} \cdot \frac{10\frac{\text{m}}{\text{s}} - 0\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\text{ s}} = 10\text{ N}$.

4. Ile co najmniej powinien wynosić współczynnik tarcia opon o jezdnię, aby samochód poruszający się z prędkością 72 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ bezpiecznie pokonał zakręt o promieniu 100 m?

Odpowiedź: C. 0,4.

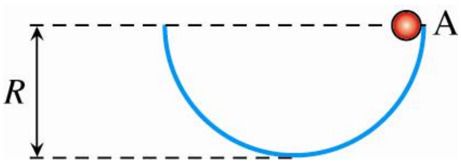
Samochód o masie *m* porusza się po zakręcie o promieniu *R* = 100 m z prędkością $v = 72\frac{\text{km}}{\text{h}} = 72\frac{1000}{3600}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Aby samochód nie wypadł z zakrętu, siła tarcia *T* opon o jezdnię musi być co najmniej równa sile dośrodkowej F_d, czyli musi być spełnione równanie: $T = F_d$.
Siła tarcia $T = mgf$, gdzie f to współczynnik tarcia.

Siła dośrodkowa $F_d = \frac{mv^2}{R}$.

Przyrównujemy: $mgf = \frac{mv^2}{R} \rightarrow f = \frac{v^2}{gR} = \frac{\left(20\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100\text{ m}} = 0{,}4$.

5. Z punktu A po kolistym torze o promieniu *R* zsuwa się – bez tarcia – koralik o masie *m*. Jeżeli prędkość w najniższym punkcie toru wyraża wzór $v = \sqrt{2gR}$, to maksymalny nacisk na podłoże jest równy:

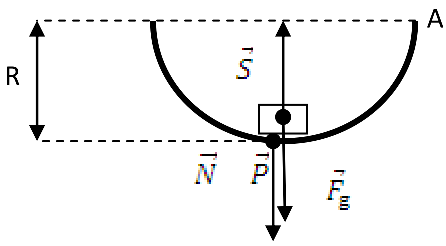


Odpowiedź: D. 3*mg*.

Koralik o masie *m* zsuwa się po kolistym torze. Jego prędkość w najniższym punkcie wynosi $v = \sqrt{2gR}$.

Rozwiązanie w układzie inercjalnym.

Podczas ruchu wewnątrz toru na ciało działają dwie siły: siła ciężkości i siła sprężystości toru. Ponieważ ruch odbywa się po okręgu, a więc z przyspieszeniem, to siły te nie równoważą się. Ich wypadkowa jest siłą dośrodkową.



$\vec{F}_g + \vec{S} = \vec{F}_d$ (zapis wektorowy)

$-F_g + S = F_d$ (zapis skalarny) (1)

Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki nacisk ciała na podłoże oraz siła sprężystości podłoża:
$-\vec{N} = \vec{S}$, czyli $N = S$ (2)

Z (1) wyznaczamy $S = F_d + F_g$ i wstawiamy do (2) $N = F_g + F_d = mg + \frac{mv^2}{R}$. Prędkość w najniższym punkcie toru jest w zadaniu podana i po jej podstawieniu otrzymujemy:

$$N = mg + \frac{m}{R}\left(\sqrt{2gR}\right)^2 = mg + 2mg = 3mg$$

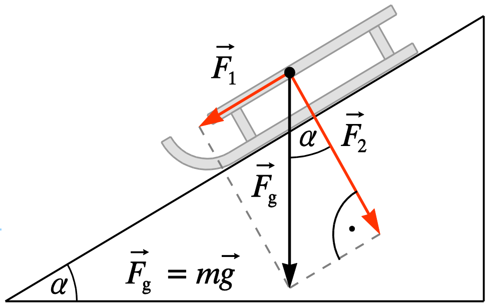
6. Sanki o masie 4 kg zsuwają się bez tarcia ze stoku o kącie nachylenia 30°. Siła powodująca ruch sanek wynosi:

Odpowiedź: B. 20 N.

Masa sanek $m = 4$ kg, kąt nachylenia $\alpha = 30^\circ$.

Siła powodująca ruch sanek to składowa F_1 siły ciężkości równoległa do równi.

$F_1 = F_g \sin\alpha = mg \sin\alpha = 4\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \sin 30^\circ = 20\ \mathrm{N}$



7. Winda rusza w górę ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem a. Pasażer o masie m wywiera na jej podłogę nacisk o wartości:

Odpowiedź: A. $mg + ma$.

Rozwiązanie w układzie inercjalnym.

Winda rusza w górę ruchem jednostajnie przyspieszonym. Na pasażera windy działają dwie siły: ciężkości i sprężystości podłogi. Ponieważ ruch odbywa się z przyspieszeniem, to siły te nie równoważą się. Zgodnie z drugą zasadą dynamiki wypadkowa sił:

$\vec{F}_g + \vec{S} = m\vec{a}$ (zapis wektorowy)

$-F_g + S = ma$ (zapis skalarny) (1)

Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki nacisk pasażera na podłogę oraz siła sprężystości podłoża są równe co do wartości $S = N$ (2)

Z (1) wyznaczamy S i wstawiamy do (2), wyznaczając N:

$$N = F_g + ma = mg + ma$$

8. Piłka o masie 1 kg porusza się pod wpływem siły dośrodkowej o wartości 8 N po okręgu o promieniu 0,5 m. Jej prędkość liniowa wynosi:

Odpowiedź: A. $2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Masa piłki *m* = 1 kg, promieniu okręgu *R* = 0,5 m.

Korzystamy z równania na siłę dośrodkową $F_d = \frac{mv^2}{R}$ i wyznaczamy prędkość:

$$v = \sqrt{\frac{F_d R}{m}} = \sqrt{\frac{8\ \mathrm{N} \cdot 0{,}5\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{kg}}} = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

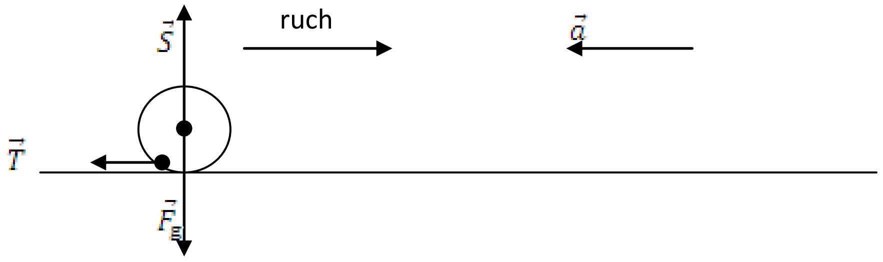
Zadania otwarte

9. Tocząca się po poziomym stole kula o masie *m* = 0,2 kg zatrzymuje się po *t* = 2 s. Jej początkowa prędkość wynosiła $v_0 = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Oblicz siłę tarcia i drogę przebytą przez kulę.

Odpowiedź: $T = m\frac{v_0}{t}\ \left[\frac{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{\mathrm{s}} = \mathrm{N}\right],\ T = 0{,}5\ \mathrm{N}.$

$s = \frac{1}{2}\,v_0 t\ \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{m}\right],\ s = 5\ \mathrm{m}.$

Kula porusza się ruchem jednostajnie opóźnionym. Siły działające na kulę to: siła ciężkości $\vec{F}_g$, siła sprężystości podłoża $\vec{S}$ i siła tarcia $\vec{T}$ (patrz schematyczny rysunek). Siły działające w pionie równoważą się $\vec{S} = -\vec{F}_g$.



Siła wypadkowa działająca na ciało: $\vec{F}_w = \vec{T} + \vec{S} + \vec{F}_g = \vec{T}$.

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki siłę wypadkową dla kuli zapisujemy $T = ma$.

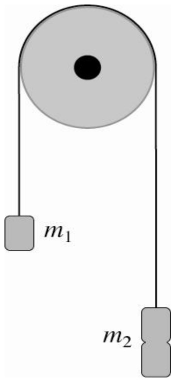
Przyspieszenie w ruchu jednostajnie zmiennym $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v_0 - v}{t}$, w zadaniu prędkość końcowa jest równa zero, więc $a = \frac{v_0}{t}$.

Podstawiamy dane z zadania: $T = ma = \boldsymbol{m\frac{v_0}{t}}$.

Korzystamy ze wzoru na drogę w ruchu jednostajnie zmiennym z prędkością początkową:

$$s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 = v_0 t - \frac{1}{2}\,\frac{v_0}{t}\,t^2 = v_0 t - \frac{1}{2}\,v_0 t = \boldsymbol{\frac{1}{2}\,v_0 t}.$$

10. Przez bloczek o masie, którą można pominąć, przewieszono nieważką nić. Na jej końcach zawieszono dwa klocki o masach odpowiednio m_1 i $m_2 = 2m_1$ (rysunek). Wyznacz przyspieszenie a układu i siłę napięcia nici N.



Odpowiedź: $a = \frac{1}{3}g$, $N = \frac{4}{3}g$.

Na masę m_1 działa siła ciężkości $F_1 = m_1g$ oraz siła naciągu nici N. Na masę m_2 działa siła ciężkości $F_2 = m_2g = 2m_1g$ oraz siła naciągu nici N (o takiej samej wartości jak na masę m_1). Jeżeli ciężarek m_1 będzie poruszał się do góry, a ciężarek m_2 na dół z przyspieszeniem a, to równania wynikające z drugiej zasady dynamiki mają postać:

dla ciężarka m_1: $N - F_1 = m_1a \rightarrow N - m_1g = m_1a.$ (1)

dla ciężarka m_2: $F_2 - N = m_2a \rightarrow 2m_1g - N = 2m_1a.$ (2)

Z równania (1) wyciągamy N, podstawiamy do (2) i wyznaczamy a:

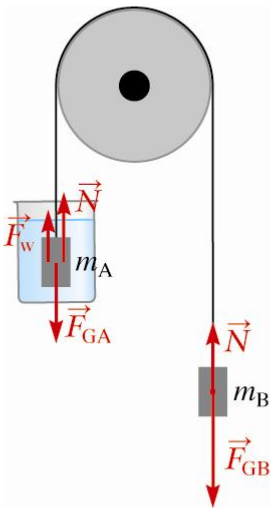
$2m_1g - m_1a - m_1g = 2m_1a \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{a = \frac{1}{3}g}.$

Podstawiamy a do równania (1) i wyznaczamy napięcie nici: $N = m_1\frac{1}{3}g + m_1g = \boldsymbol{\frac{4}{3}g}.$

11. Na końcach nieważkiej i nierozciągliwej nici, która ślizga się bez tarcia po nieruchomym bloczku, zawieszono wykonane z tego samego materiału ciężarki m_A i m_B, przy czym $m_B = 2\,m_A$. Ciężarek m_A zanurzono w cieczy o gęstości $\rho = 10^3\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ i puszczono swobodnie. Pomiń lepkość cieczy.

a) Narysuj i nazwij siły działające na ciężarki o masach m_A i m_B.

F_{GA} – siła grawitacji działająca na ciężarek A,
N – siła naciągu nici,
F_{GB} – siła grawitacji działająca na ciężarek B,
F_w – siła wyporu działająca na ciężarek A.



b) Oblicz gęstość materiału, z którego wykonano ciężarki. Załóż, że po puszczeniu ciężarka o masie m_A oba ciężarki zaczęły się poruszać z przyspieszeniem $a = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Odpowiedź: $\rho_x = \frac{\rho g}{3a - g}\ \left[\frac{\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right], \rho_x = 2000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

Piszemy równania wynikające z drugiej zasady dynamiki dla obu ciężarków, przy założeniu, że poruszają się one z przyspieszeniem a (ciężarek A do góry, B na dół):

dla ciężarka A: $F_w + N - F_{GA} = m_A\, a$ (1)
dla ciężarka B: $F_{GB} - N = m_B\, a = 2\, m_A\, a$ (2)

W tych wzorach można rozpisać $F_{GB} = m_B\, g = 2\, m_A g$ i $F_{GA} = m_A\, g$.
Siła wyporu jest równa ciężarowi wypartej cieczy $F_w = m_w\, g$. Masa wypartej cieczy ma taką samą objętość jak ciężarek A, czyli $m_w = V_A\, \rho$. Natomiast masa ciężarka $m_A = V_A\, \rho_x$, gdzie ρ_x jest gęstością materiału, z którego wykonano ciężarek.

Podstawiamy powyższe wzory do równań (1) i (2) i otrzymujemy:

$$V_A\, \rho g + N - V_A\, \rho_x\, g = V_A\, \rho_x\, a$$
$$2\, V_A\, \rho_x\, g - N = 2\, V_A\, \rho_x\, a$$

Z dolnego równania wyznaczamy N i podstawiamy do górnego:

$V_A\, \rho g + 2\, V_A\, \rho_x\, g - 2\, V_A\, \rho_x\, a - V_A\, \rho_x\, g = V_A\, \rho_x\, a \ \rightarrow\ \rho g = 3\, \rho_x\, a - \rho_x\, g \ \rightarrow\ \boldsymbol{\rho_x = \frac{\rho g}{3a - g}}$.

c) Oblicz przyspieszenie układu po usunięciu naczynia z cieczą.

Odpowiedź: $a_1 = \frac{1}{3} g\ \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right], a_1 \approx 3{,}3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Piszemy dla układu bez naczynia z cieczą równania wynikające z drugiej zasady dynamiki dla obu ciężarków, przy założeniu, że poruszają się one z przyspieszeniem a_1 (ciężarek A do góry, B na dół):

dla ciężarka A: $N - F_{GA} = m_A\, a_1$ (1)
dla ciężarka B: $F_{GB} - N = m_B\, a_1 = 2\, m_A\, a_1$ (2)

Podstawiamy N z (1) do (2): $2\, m_A g - m_A\, g - m_A\, a_1 = 2\, m_A\, a_1 \rightarrow \boldsymbol{a_1 = \frac{1}{3} g}$.