Test *Energia i pęd* Grupa A

Pełne odpowiedzi

Uwaga. W zadaniach przyjęto $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	B	A	D	C	C	A	D	C

Zadania zamknięte

1. Urządzenie podnoszące ładunek o masie 10 kg na wysokość 1 m ruchem jednostajnym po linii prostej zużyło 200 J energii. Jaka jest sprawność tego urządzenia?

Odpowiedź: B. 50%

Ładunek ma masę m = 10 kg i został podniesiony na wysokość h = 1 m ruchem jednostajnym prostoliniowym, co oznacza, że wypadkowa siła działająca na ciało wynosiła zero. Urządzenie podnoszące działało więc siłą równą ciężarowi ciała $F = mg$.

Praca potrzebna do podniesienia ciała to $W = F\,h = mgh = 10\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\ \text{m} = 100\ \text{J}$.

Maszyna zużyła 200 J, czyli jej sprawność $\eta = \frac{100\ \text{J}}{200\ \text{J}} = 0{,}5 \ \rightarrow\ \eta = 50\%$.

2. Walizkę o masie 10 kg podniesiono ze stałą prędkością na wysokość 3 m. Przyrosty energii potencjalnej i kinetycznej ciała wynoszą odpowiednio:

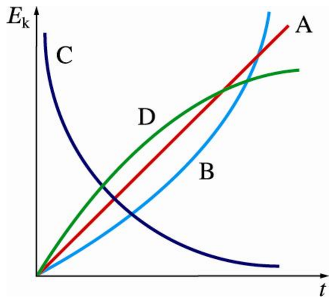
Odpowiedź: B. 300 J i 0 J.

Walizka o masie m = 10 kg została podniesiona na wysokość h = 3 m.

Zmiana energii potencjalnej $\Delta E_p = mgh = 10\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\ \text{m} = 300\ \text{J}$.

Ponieważ walizka została podniesiona ruchem jednostajnym, to energia kinetyczna się nie zmieniła (wynosiła zero).

3. Miedziana kula spada swobodnie w próżni ze stałym przyspieszeniem *g*. Zależność jej energii kinetycznej od czasu spadania przedstawia:



Odpowiedź: B. krzywa B.

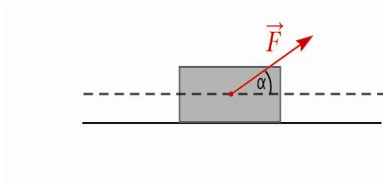
Wzór na energię kinetyczną spadającej kuli $E_k(t) = \frac{m}{2}v(t)^2$.

Ponieważ ruch odbywa się ze stałym przyspieszeniem *g*, to prędkość kuli $v(t) = gt$.

Podstawiamy ją do wzoru na energię kinetyczną $E_k(t) = \frac{m}{2}(gt)^2 = \frac{m}{2}g^2t^2$.

Zależność energii kinetycznej od czasu jest funkcją kwadratową, więc wykresem jest parabola – wykres B.

4. Na klocek o masie *m* działa siła $\vec{F}$ (patrz rysunek). Klocek porusza się ruchem jednostajnym po poziomej podłodze na drodze *s*. Praca siły tarcia i praca siły ciężkości wynoszą odpowiednio:



Odpowiedź: A. $Fscos\alpha$ i 0.

Klocek porusza się ruchem jednostajnym, czyli siła wypadkowa działająca na niego jest równa zero. Wzdłuż kierunku ruchu działa siła tarcia i składowa siły *F* równoległa do podłoża, czyli *T* = $Fcos\alpha$.

Praca siły tarcia $W = Tscos180° = -Ts = -Fscos\alpha$.

Siła ciężkości jest prostopadła do kierunku ruchu, czyli $\cos 90^o = 0$. Ta siła nie wykona pracy.

5. Na spoczywające pudełko o masie *m* zaczynamy działać stałą siłą o wartości *F*. Po czasie *t*, przy założeniu braku tarcia, energia kinetyczna tego pudełka wyniesie:

Odpowiedź: D. $\frac{1}{2}\frac{F^2}{m}t^2$.

Energia kinetyczna $E_k(t) = \frac{mv^2}{2}$.

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki *F* = *ma*. Przy stałej sile przyspieszenie też jest stałe, czyli ruch pudełka jest ruchem jednostajnie zmiennym z przyspieszeniem *a* i bez prędkości początkowej. Prędkość końcową wyraża zatem wzór $v = at = \frac{F}{m}t$, co podstawiamy do wzoru na energię kinetyczną $E_k(t) = \frac{m\left(\frac{F}{m}t\right)^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{F^2}{m}t^2$.

6. Kamień o masie 1 kg wyrzucono pionowo do góry z prędkością 10 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Wzniesie się on na wysokość:

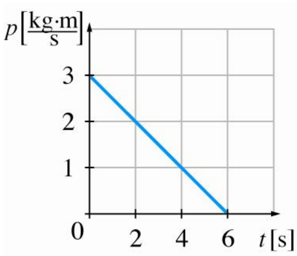
Odpowiedź: C. 5m.

Masa kamienia m = 1 kg, prędkość początkowa $v_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Wzniesie się on na wysokość, na której jego początkowa energia kinetyczna zamieni się na potencjalną zgodnie z zasadą zachowania energii:

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2} \rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{\left(10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 5\ \mathrm{m}$$

7. Wykres przedstawia zależność pędu kuli od czasu. Jeżeli masa kuli m = 2 kg, to jej energia kinetyczna w momencie startu wynosiła:



Odpowiedź: C. 2,25 J.

Z wykresu odczytujemy, że w chwili początkowej pęd p = 3 $\frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}}$.

Wyrażenie na pęd to $p = mv \rightarrow v = \frac{p}{m}$.

Energia kinetyczna $E_\mathrm{k} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2m}$.

Podstawiamy dane: $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2 \cdot 2\ \mathrm{kg}}\left(3\ \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 2{,}25\ \mathrm{J}$.

8. W spoczywającą kulę o masie m_1, uderzyła centralnie kula o masie m_2 poruszająca się z prędkością v_2. Po zderzeniu niesprężystym kul energię układu wyraża wzór:

Odpowiedź: A. $E = \frac{1}{2}\frac{m_2^2 v_2^2}{m_1 + m_2}$.

W zderzeniach niesprężystych z zasady zachowania pędu wynika, że pęd przed zderzeniem $m_2 v_2$ jest równy pędowi po zderzeniu $(m_1 + m_2)v_\mathrm{k}$, gdzie v_k to prędkość zlepionych kul po zderzeniu.

$$m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v_\mathrm{k} \rightarrow v_\mathrm{k} = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Energia kinetyczna po zderzeniu $E_\mathrm{k} = \frac{(m_1 + m_2)v_\mathrm{k}^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)\left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} v_2\right)^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{m_2^2 v_2^2}{m_1 + m_2}$.

9. Sprężynę o stałej sprężystości 200 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ rozciągnięto o 0,1 m od położenia równowagi. Jej energia potencjalna sprężystości wzrosła o:

Odpowiedź: D. 1 J.

Stała sprężystości $k = 200\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, zmian długości x = 0,1 m.

Korzystamy ze wzoru na energię potencjalną sprężystości: $E_{ps} = \frac{kx^2}{2} = \frac{200\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot (0{,}1\ \mathrm{m})^2}{2} = 1$ J.

10. Kula o masie m_1, poruszająca się z prędkością $\vec{v}_1$, zderzyła się sprężyście czołowo ze spoczywającą kulą o masie $m_2 = 3m_1$. Jaki jest pęd drugiej kuli po zderzeniu, jeżeli prędkość pierwszej kuli po zderzeniu wynosiła $\vec{v}_1'$?

Odpowiedź: C. $m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}_1')$

Z zasady zachowania pędu wynika, że

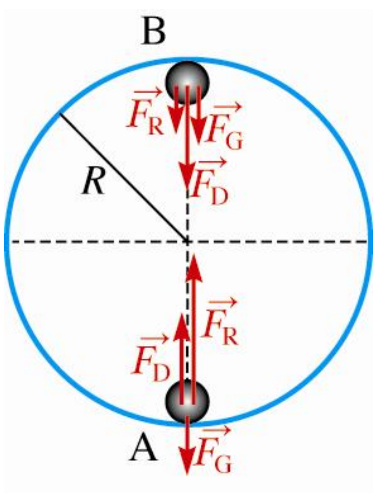
$$m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{v}_1' + p_2' \rightarrow p_2' = m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}_1')$$

Zadania zamknięte

11. Ciało o masie m = 0,5 kg porusza się – bez tarcia – po wewnętrznej stronie ustawionego w płaszczyźnie pionowej toru kołowego o promieniu R = 30 cm.

Promień R = 30 cm = 0,3 m.

a) Narysuj i nazwij siły działające na ciało w położeniu najniższym i najwyższym.



Układ inercjalny

F_G – siła przyciągania ziemskiego,

F_R – siła reakcji podłoża,

F_D – siła dośrodkowa (wypadkowa sił F_G i F_R).

b) Jaka powinna być minimalna prędkość v_B ciała w najwyższym punkcie toru, aby w tym punkcie nie oderwało się ono od toru?

Odpowiedź: $v_B = \sqrt{gR}$ $\left[\sqrt{\frac{m}{s^2} \cdot m} = \frac{m}{s}\right]$, $v_B \approx 1{,}73\ \frac{m}{s}$.

W najwyższym punkcie toru (B) na ciało działają dwie siły: siła przyciągania ziemskiego i siła reakcji podłoża, skierowane w tę samą stronę. Ich wypadkowa jest siłą dośrodkową.

$\vec{F}_G + \vec{F}_R = \vec{F}_D$ (zapis wektorowy)

$F_G + F_R = F_D$ (zapis skalarny)

Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki siła nacisku ciała na podłoże N oraz siła reakcji podłoża F_R są równe co do wartości $F_G + N = F_D \ \rightarrow\ N = F_D - F_G = \frac{mv^2}{R} - mg$.

Ciało nie spada, gdy siła nacisku na podłoże jest $N \geq 0$ czyli $\frac{mv^2}{R} - mg \geq 0$, stąd $v^2 \geq gR$. Wynika z tego, że minimalna prędkość, przy której ciało nie spadnie to:

$$v_{min} = v_B = \sqrt{gR}$$

czyli wtedy gdy $N = 0$.

Informacja do c) i d): prędkość ciała w najwyższym punkcie toru wynosi v_B (wyznaczona w punkcie b)

c) Oblicz nacisk ciała na tor w najwyższym punkcie toru.

Odpowiedź: $N = 0$.

Zgodnie z treścią zadania interesuje nas nacisk ciała na tor w najwyższym punkcie toru dla $v_B = \sqrt{gR}$. Zgodnie z punktem b) tę prędkość wyznaczyliśmy dla $N = 0$, więc to jest odpowiedź na pytanie.

d) Oblicz nacisk ciała na tor w najniższym punkcie toru.

Odpowiedź: $N = 6mg$ $\left[kg \cdot \frac{m}{s^2} = N\right]$, $N = 30$ N.

W najniższym punkcie toru (A), na ciało działają dwie siły: siła przyciągania ziemskiego i siła reakcji podłoża, skierowane w przeciwne strony. Ich wypadkowa jest siłą dośrodkową.

$\vec{F}_G + \vec{F}_R = \vec{F}_D$ (zapis wektorowy)

$F_R - F_G = F_D$ (zapis skalarny)

Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki siła nacisku ciała na podłoże *N* oraz siła reakcji podłoża F_R są równe co do wartości $N - F_G = F_D \rightarrow N = F_G + F_D = mg + \frac{mv_A^2}{R}$, gdzie v_A jest prędkością ciała w najniższym punkcie toru.

Wartość v_A wyznaczamy z zasady zachowania energii – energia kinetyczna w najniższym punkcie toru (A) jest równa energii kinetycznej w najwyższym punkcie toru (B) plus energii potencjalnej, jaką uzyskało ciało podniesione na wysokość 2*R* (punkt B).
$\frac{mv_A^2}{2} = \frac{mv_B^2}{2} + mg2R$, gdzie $v_B = \sqrt{gR}$ (wyznaczone w b). Po podstawieniu wyznaczamy v_A:
$\frac{mv_A^2}{2} = \frac{mgR}{2} + mg2R \rightarrow v_A^2 = mgR + 4mgR = 5mgR \rightarrow v_A = \sqrt{5gR}$.

Podstawiamy tę prędkość do wzoru na siłę nacisku:

$$N = mg + \frac{m5gR}{R} = \boldsymbol{6mg}$$

12. Łyżwiarz o masie $m_ł$ = 60 kg, stojąc na łyżwach, rzuca do przodu w kierunku poziomym kamień o masie m_k = 10 kg z prędkością $v_k = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. W wyniku tego rzutu łyżwiarz cofa się o *s* = 0,5 m.

a) Wyznacz prędkość łyżwiarza (wartość kierunek i zwrot) tuż po rzucie.

Odpowiedź: $v_ł = \frac{m_k v_k}{m_ł}\ \left[\frac{\text{kg}\cdot\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}\right], v_ł = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Prędkość łyżwiarza wyznaczamy z zasady zachowania pędu $\vec{p}_{\text{pocz}} = \vec{p}_{\text{końc}}$:

$$(m_ł + m_k)\vec{v} = m_ł\vec{v}_ł + m_k\vec{v}_k \rightarrow 0 = m_ł v_ł - m_k v_k \rightarrow \boldsymbol{v_ł = \frac{m_k v_k}{m_ł}}$$

Prędkość łyżwiarza ma kierunek zgodny z kierunkiem prędkości kamienia i przeciwny zwrot.

b) Wyznacz współczynnik tarcia łyżew o lód.

Odpowiedź: $f = \frac{m_k^2 v_k^2}{2m_ł^2 gs}\ \left[\frac{\text{kg}^2\cdot\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\text{kg}^2\cdot\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\text{m}} = 1\right], f = 0{,}025.$

Aby wyznaczyć współczynnik tarcia o lód, sprawdzamy, jak szybko po rzuceniu kamienia łyżwiarz się zatrzyma. Siłą powodującą zatrzymanie łyżwiarza jest siła tarcia *T* i to ona sprawia, że energia kinetyczna łyżwiarza maleje do zera. Początkowa energia kinetyczna łyżwiarza po rzucie kamieniem $E_{\text{k pocz}} = \frac{m_ł v_ł^2}{2}$, końcowa $E_{\text{k końc}} = 0$, czyli

$$\Delta E_k = E_{\text{k końc}} - E_{\text{k pocz}} = W \rightarrow -\frac{m_ł v_ł^2}{2} = T \cdot s \cdot \cos 180°$$

Siła tarcia to iloczyn siły nacisku i współczynnika tarcia $T = mgf$, co podstawiamy wyżej i otrzymujemy:

$$-\frac{m_ł v_ł^2}{2} = -mgfs \rightarrow \boldsymbol{f = \frac{m_k^2 v_k^2}{2m_ł^2 gs}}$$

c) Wyznacz pracę wykonaną przez łyżwiarza podczas rzutu.

Odpowiedź: $W = \frac{1}{2} m_k v_k^2 \left(\frac{m_k}{m_ł} + 1\right) \left[\mathrm{kg} \cdot \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \left(\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kg}} + 1\right) = \mathrm{J}\right]$, $W = 52{,}5\ \mathrm{J}$.

Praca wykonana przez łyżwiarza podczas rzucania kamienia zamienia się na energię kinetyczną łyżwiarza i energię kinetyczną kamienia $W = \frac{1}{2} m_ł v_ł^2 + \frac{1}{2} m_k v_k^2$.

Korzystamy z wyniku z punktu a), gdzie wyznaczyliśmy prędkość łyżwiarza $v_ł = \frac{m_k v_k}{m_ł}$, którą podstawiamy teraz do wzoru na pracę:

$$W = \frac{1}{2} m_ł v_ł^2 + \frac{1}{2} m_k v_k^2 \rightarrow W = \frac{1}{2} m_ł \left(\frac{m_k v_k}{m_ł}\right)^2 + \frac{1}{2} m_k v_k^2 = \boldsymbol{\frac{1}{2} m_k v_k^2 \left(\frac{m_k}{m_ł} + 1\right)}$$